Mått- och integrationsteori /Measure and Integration Theory

Motivering till inrättande	Kursen inrättas enligt förslag av handledarkollegium för forskarutbildning i matematik/tillämpad matematik.
Ersätter annan kurs? Om ja vilken/vilka	Nej
Kurser som ska avvecklas med anledning av detta inrättande	Inga
Överlappar annan kurs/kurser? **Ange vilka kurskoder och antal hp som överlappar**	Nej

Kursens namn	Mått- och integrationsteori
The name of the course in English	Measure and integration theory
Värdakademi	UKK
Avdelningstillhörighet	Matematik och fysik (22150)
Omfattning i hp/credits	5
Kurskod	FOUKxxx

Nivå inom studieordning	Forskarutbildning
Beslutsdatum	
Fastställd av	Akademichef
Giltig från och med	23H
Forskarutbildningsämne	Matematik (analys och geometri)
Field of studies	Mathematics (Analysis and Geometry)
Syfte med kursen	Mått- och integrationsteori spelar en viktig roll inom matematisk forskarutbildning. Kursen presenterar grundläggande begrepp av denna teori som omfattar mängder och klasser, genererade klasser, mått och deras utvidgningar, mätbara funktioner, Lebesgue-integralen, absolut kontinuitet, produkter av mått, och rum av integrerbara funktioner.
Aim with the course	Measure and integration theory play an important role in mathematical research education. The course presents main notions of the above theory that include sets and classes, generated classes, measures and their extension, measurable functions, the Lebesgue integral, absolute continuity, products of measures, and spaces of integrable functions.
Innehåll	– Mängder och klasser: Booleska ringar, Booleska algebror, monotona klasser. – Stödda klasser: genererade ringar och sigma-ringar, Borelmängder. – Mått: definition, elementära egenskaper, exempel. – Utvidgning av mått: Carathéodorys utvidgningssats. Exempel: Lebesgue- och Lebesgue-Stieltjes-mått. Mätbara rum och sannolikhetsrum. – Mätbara funktioner: Borel mätbarhet, nästan säker konvergens, konvergens i mått. – Lebesgueintegralen: definition, elementära egenskaper, följder av integrerbara funktioner, jämförelse med Riemannintegralen. – Absolut kontinuitet: Radon-Nikodyms sats.

	– Mottprodukter: Fubinis sats. – L_p rum: Hölders olikhet och Minkowskis olikhet, definition av L_p rum och deras fullständighet.
Course content	– Sets and classes: Boolean rings, Boolean algebras, monotone classes. – Generated classes: generated rings and sigma-rings, Borel sets. – Measures: definition, elementary properties, examples. – Extension of measures: the Carathéodory’s extension theorem. Examples: the Lebesgue and Lebesgue-Stieltjes measures. Measurable spaces and probability spaces. – Measurable functions: Borel measurability, almost sure convergence, convergence in measure. – The Lebesgue integral: definition, elementary properties, sequences of integrable functions, comparison with the Riemann integral. – Absolute continuity: the Radon-Nikodym theorem. – Products of measurable spaces: the Fubini theorem. – L_p spaces: the Hölder and the Minkowski inequalities, definition of L_p spaces and their completeness.
Lärandemål	Efter avklarad kurs ska doktorsstudenten kunna 1. Definiera och förstå grundläggande koncept om mängder, klasser, genererade klasser och mått. 2. Beskriva och använda koncept om mätbara funktioner och konstruktionen av Lebesgues och Lebesgue-Stieltjes integraler. 3. Använda Lebesque och Fatous satser om följder av integrerbara funktioner. 4. Beskriva konstruktionen av produktmått och tillämpa Fubinis sats. 5. Beskriva och använda begreppen absolut kontinuitet och singularitet hos mått samt att använda Radon-Nikodyms sats. 6. Använda Hölders olikhet och Minkowskis olikhet.
Learning goals	After passing the course the doctoral student should be able to 1. Define and understand basic notions about sets, classes, generated classes, and measures.

	2. Describe and apply the notion of a measurable function and the construction of the Lebesgue and Lebesgue-Stieltjes integrals. 3. Use Lebesgue and Fatous Theorems about sequences of measurable functions. 4. Describe the construction of product measures and use the Fubini Theorem. 5. Describe and apply the notion of absolute continuity and singularity of measures and apply the Radon-Nikodym Theorem. 6. Apply Hölder and Minkowski inequalities.
Examination(er)	INL1, inlämningsuppgift, 3 hp, individuella skriftliga övningar avseende lärandemål 1–6, betyg Underkänd (U) eller Godkänd (G). SEM1, seminarium, 2 hp, skriftlig rapport, muntlig presentation, skriftlig eller muntlig opposition till en annan rapport, avseende ett av lärandemålen 1–6, betyg Underkänd (U) eller Godkänd (G).
Examination(s)	INL1, written assignment, 3 cr, individual written exercises concerning learning outcomes 1–6, grades Fail (U) or Passed (G). SEM1, seminar, 2 cr, written report, oral presentation, written or oral opposition to another report, concerning one of the learning outcomes 1–6, grades Fail (U) or Passed (G).
Särskild behörighet	Antagen till forskarutbildning.
Specific entry requirements	Doctoral student.
Urval	Doktorand i forskarutbildning i matematik eller nära liggande ämne vid MDU har förtur. Övriga doktorander i mån av plats.
Selection for participation	Doctoral student in the field of Mathematics or closely related field of study at MDU are prioritised. Doctoral students from other university are subject to availability.

Övergångsbestämmelser	--
Transfer directions	--
Övriga föreskrifter	--
Other directives	--